La ciencia invisible

Tomás Recio[1]

1- Una anécdota

Sucedió, tal vez sí, tal vez no, hace unas semanas. Nos encontramos en un centro educativo de una zona rural –pero no remota ni deprimida-- donde el autor de estas notas va a dar una charla ante una decena de profesores –de primaria y secundaria— tratando de aportar, como le han pedido, algunas ideas para trabajar las competencias matemáticas en el aula. El charlista comienza echando mano del Real Decreto de Enseñanzas Mínimas en Educación Primaria (R.D. 1513/2006, de 7 de diciembre, BOE 8-XII-2006) que, en su Anexo I, establece algunos principios sobre las Competencias Matemáticas. Lee –enfatizando aquellas partes del texto que previamente ha subrayado-- unos párrafos de dicho Anexo, que señalan

> *….La competencia matemática implica <u>una disposición favorable</u> y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones (problemas, incógnitas, etc.) que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.*
>
> *Esta competencia <u>cobra realidad y sentido en la medida que los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan</u>. Por tanto, la identificación de tales situaciones, la aplicación de estrategias de resolución de problemas, y la selección de las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible están incluidas en ella. En definitiva, la posibilidad real de utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible. Por ello, su desarrollo en la educación obligatoria se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.*

Entonces, abusando de la cercanía que proporciona el pequeño número de asistentes a la charla, el conferenciante pregunta a los profesores si alguno de estos está pagando algún préstamo o hipoteca y si han usado las matemáticas en el proceso de decidir y tramitar dicho préstamo. Se produce un pequeño revuelo. Varios profesores se hallan en la circunstancia de amortizar una deuda hipotecaria, pero no tienen claro qué tienen que ver las competencias matemáticas con este asunto. El charlista, impertérrito, pregunta, por facilitar el debate, cómo podrían estimar, de manera grosera –pero significativa para la economía familiar—los pagos mensuales que conllevaría un préstamo de 100.000 euros, al 4 por ciento fijo, a amortizar durante 20 años con cuotas mensuales iguales, como se estila ahora. Un cálculo que, seguramente, más de uno habrá tenido que contemplar en su búsqueda de un préstamo más asequible.

Una profesora plantea, tras pensarlo un poco, el siguiente algoritmo. Veinte años son 240 meses. Divídase, por tanto, 100.000 entre 240 (lo que hace el charlista con su ordenador, arrojando la cifra de 416,66 euros). Súmese a esta cantidad el 4% de la misma, en concepto de intereses, obteniendo 433,33 euros, como cuota mensual total aproximada. El charlista comenta que le parece un préstamo estupendo, demasiado estupendo para ser verdad, pero la profesora insiste en que, si aplica ese mismo algoritmo a los datos que ella

---

[1] Tomás Recio es Catedrático de la Universidad de Cantabria y Presidente de la Comisión de Educación del Comité Español de Matemáticas (www.ce-mat.org)

maneja de su caso personal, le "sale" muy parecido a lo que paga realmente. Al resto de los profesores asistentes también les parece razonable el resultado obtenido.

El charlista no se desanima por esa afirmación y plantea una alternativa, hace otros números: divide por dos el periodo de amortización –como si estuviese la mitad del tiempo pagando intereses y sin amortizar, y la otra mitad simplemente amortizando el capital y sin pagar intereses por él-- y multiplica los 20/2=10 años resultantes por el interés fijo del 4%, obteniendo, por tanto, que la cantidad a devolver en los veinte años será, aproximadamente, el 100+40=140% del capital concedido. Divide entonces 140.000 euros entre 240 meses y llega a una cuota mensual de 583,33 euros, casi un 35% superior a la obtenida por el otro método. Esa diferencia, comenta, le parece muy significativa. Los profesores están de acuerdo en esto, pero no ven ningún fallo al planteamiento de su compañera. Por otra parte, el procedimiento introducido por el conferenciante les parece "raro", artificial, sin justificación.

El charlista (que vive permanentemente conectado a Internet), consulta sobre la marcha un simulador (de los muchos que aparecen en la red si uno busca en Google "calculo cuota mensual hipoteca"[2]), obteniendo un posible resultado "profesional": una cuota mensual de 606 euros, que es apenas un 4% superior a la obtenida por su método, lo que indica que su método parece bastante correcto (un error de un cuatro por ciento es perfectamente admisible en una estimación de gastos domésticos) y que el método de la profesora se aleja, aún mas –173 euros sobre 606-- del resultado real. En todo caso el charlista tiene claro, a estas alturas del debate –y los asistentes a la charla se lo confirman--, que los profesores de este grupo realizan la estimación de sus cuotas hipotecarias mediante consulta directa con los gestores de las entidades bancarias correspondientes, cuyas cifras aceptán sin discusión.

Se organiza un pequeño debate y la propia proponente del primer método pronto se apercibe de que su fórmula no tiene en cuenta que el cuatro por ciento de interés es anual, no global para los veinte años. En efecto, "descubrimos" que sus cuentas son equivalentes a sumar al capital concedido un sólo cuatro por ciento más (dando un total de 104.000 euros) y dividir el resultado entre los 240 meses, puesto que la fórmula que ella ha aplicado (C/240)+(4/100)*(C/240) es igual a (C+4/100*C)/240. Ante este argumento ella misma está de acuerdo en que su propuesta no es válida y el grupo acepta, sin más, la alternativa ofrecida por el charlista, quien considera oportuno pasar a hablar de otro tema.

2- La invisibilidad social de las matemáticas

¿Por qué hemos desarrollado aquí esta anécdota? Porque creemos que es ilustrativa de un estado de cosas y porque puede ayudarnos a reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas en la educación obligatoria.

Nos encontramos en un momento en el que las disposiciones legales organizadoras del sistema educativo consideran importante enfatizar la adquisición de competencias matemáticas, esto es, el "*...uso funcional del conocimiento matemático en situaciones propias del entorno natural, social y cultural de los alumnos...*"[3]. Parece razonable asumir

---

[2] Por ejemplo, el Banco de España ofrece este servicio en http://www.bde.es/clientebanca/simuladores/simulador.htm#topForm1

[3] M. J. González y J. L. Lupiáñez: **¿Qué valor social tiene el conocimiento matemático?** Revista Padres y Madres, CEAPA, Abril 2005.

que, para un adulto, la gestión de la economía familiar es una situación propicia para mostrar una disposición favorable y una progresiva seguridad para aplicar de manera espontánea las matemáticas en la vida cotidiana (las palabras subrayadas son, al pie de la letra, del R.D. de Enseñanzas Mínimas). Nada más estimulante que el interés del propio bolsillo para desarrollar la "*capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo, realizar razonamientos bien fundados y utilizar e involucrarse en las matemáticas de manera que se satisfagan las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo*"[4].

Ahora bien, creemos que difícilmente este enfoque va a poder desarrollarse correctamente en el sistema educativo si el propio profesorado encargado de las enseñanzas correspondientes no tiene, en términos generales,

a) ni la disposición favorable para aplicar de manera espontánea sus conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana,

b) ni la seguridad –para abordar tales aplicaciones-- que proporcionan unos conocimientos matemáticos suficientes y sólidamente asimilados,

c) ni la necesidad de tales aplicaciones de las matemáticas en el curso diario de su vida como ciudadanos, que lo son, constructivos, comprometidos y reflexivos.

La anécdota que hemos descrito anteriormente ejemplifica esa falta de disposición (para emplear espontáneamente las matemáticas), hija de la falta de necesidad y de la falta de seguridad. Pero no queremos quedarnos en la pequeña historia que hemos narrado; es preciso reflexionar sobre su significado y, en particular, sobre la situación de esas tres premisas (disposición, seguridad, necesidad) sobre las que debería descansar el enfoque competencial en la enseñanza de las matemáticas.

Para empezar deberíamos preguntarnos sobre la auténtica presencia social de las matemáticas –y por tanto, sobre su real necesidad-- en la vida de un ciudadano *reflexivo, constructivo y comprometido*. Es cierto que, últimamente, abundan los libros que divulgan las matemáticas implícitas en tantos aspectos de la vida cotidiana (con bellísimos ejemplos en los trabajos de C. Alsina, como "Geometría y Realidad"[5], descargable por internet), pero tal vez esta proliferación sea antes por la necesidad de fomentar, más que para satisfacer, una demanda social. El clásico Informe Cockroft[6] presentaba, hace unos años, una pobre panoplia de conocimientos matemáticos necesarios en la vida de un adulto del mundo occidental: "*apenas existe una parte de las matemáticas que cualquiera tenga que utilizar…existe, sin embargo muy poca gente que no necesite alguna vez leer números, contar, decir la hora o realizar una compra mínima… como complemento necesario de la lista que hemos dado, es importante tener el "sentido del número" que permite hacer estimaciones y aproximaciones aceptables*").

Ya hemos contado en otro sitio[7] el resultado de una pequeña encuesta llevada a cabo por el autor, preguntando a diversos catedráticos de universidad (de disciplinas alejadas de

---

[4] OECD: **Marcos teóricos de PISA 2003**. Ministerio de Educación y Ciencia-INECSE. Madrid. (2005).

[5] C**.** Alsina: **Geometría y Realidad.** En **Aspectos didácticos de Matemáticas** 8. Col. Ed. Ab. ICE, Univ. Zaragoza (2001), 11-32.

[6] W. H. Cockcroft: **Las Matemáticas Sí Cuentan**. Estudios de Educación. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid, (1985).

[7] Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales: **Reunión sobre la Enseñanza de las Matemáticas**. (1999). Ver http://www.rsme.es/comis/educ/acadcien.pdf

la matemática: historia, ciencias biomédicas, derecho…) –todos ellos ciudadanos *reflexivos*, etc.-- sobre el resultado de sumar 1/3 + 1/6…, con resultados desastrosos. La conclusión, es, sin duda, que estos colegas (todos ellos de más de cuarenta años) no saben sumar fracciones sencillas, a pesar de haber dominado *in illo tempore*, su cálculo; pero, sobre todo, concluiríamos que no precisan, en el día a día de sus vidas, sumar y simplificar tales números fraccionarios.

Y, si volvemos la vista a muchos de los ítems de las pruebas PISA –cuya influencia es innegable en este momento educativo—ya hemos señalado en "Pisa y la evaluación de las matemáticas"[8] que

> *el pretendido "realismo" matemático de muchas de las pruebas PISA es una suerte de manierismo, una peculiar –pero atractiva-- interpretación escolar de la realidad, pero, a veces, tan alejada de ella como los problemas de grifos y obreros que eran tradicionales para el aprendizaje de las reglas de tres (directa e inversa) hace cincuenta años.*

En "La presencia de las matemáticas en España"[9] hemos esbozado algunos argumentos que pueden explicar –desde nuestro punto de vista-- esta situación, que tiene que ver con la creciente invisibilidad de las matemáticas en el mundo de hoy, fruto, posiblemente, de la generalización de su presencia:

> *Paradójicamente, el desarrollo tecnológico de nuestra sociedad (y, consecuentemente, la mayor implicación de la matemática en el mundo que nos rodea) ha significado una menor percepción social acerca de la importancia de las matemáticas como conocimiento útil en la vida cotidiana (esto es, dejando al margen su importancia para superar determinadas pruebas o para obtener ciertos títulos universitarios). Algo parecido a lo que ocurre ahora con la mecánica del automóvil: hay muchos más coches que hace treinta años y son más complicados y potentes, pero se sabe menos mecánica a nivel popular….*
>
> *…las matemáticas, que hace un siglo eran consideradas, por las clases populares, como una herramienta imprescindible para la adquisición de habilidades necesarias para multitud de trabajos, han pasado a ser totalmente prescindibles, salvo como mecanismo de selección intelectual. Curiosamente, es la informática la que ahora ocupa, en nuestra sociedad, ese papel de ciencia útil, de requerimiento omnipresente en el mercado laboral.*
>
> *Son varias las razones para esta situación. En primer lugar, porque el progreso significa mayor comodidad y, por tanto, la sustitución (por las calculadoras o los ordenadores) de muchas de las tareas matemáticas rutinarias (pequeños cálculos comerciales, industriales o bancarios, por ejemplo) que antes formaban parte de la vida cotidiana.*
>
> *En segundo lugar, porque los útiles y situaciones que manejamos a diario son tecnológicamente más desarrollados, por lo que las tareas matemáticas anejas a los mismos exigen –en el raro caso de requerir nuestra intervención-- conocimientos matemáticos muy superiores a los que podría proporcionar la enseñanza obligatoria o media...*

En conclusión, creemos que –en el actual estado de cosas-- las matemáticas devienen socialmente, incluso para muchos profesores de Primaria o Secundaria encargados de trasmitirlas, en una especie de ciencia invisible, a la que raramente es preciso acudir en la vida cotidiana. Y sin visibilidad no habrá *disposición favorable* para el uso *espontáneo* de los conocimientos matemáticos. Naturalmente, el uso social de las matemáticas es sólo una de la finalidades de su enseñanza (como señalan González-López y Lupiañez, op. cit.), pero aquí se trata, precisamente, de analizar la relación entre su uso y su enseñanza, dado el énfasis que se pone en este tema en los nuevos currículos.

---

[8] T. Recio: **PISA y la evaluación de las matemáticas.** Revista de Educación. Nº 1, (2006), pags. 263-273

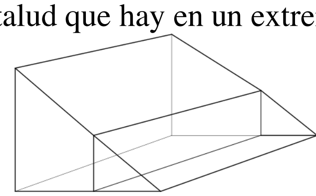
[9] M. De León, T. Recio: **La presencia de las matemáticas en España**. Revista Padres y Madres. CEAPA. Abril 2005.

3- ¿Se pueden hacer visibles las matemáticas?

Hemos asistido, en los últimos tiempos, a un esfuerzo colectivo (por parte de las administraciones educativas, de las sociedades profesionales, de los centros de recursos, de las universidades…) para elaborar material docente que supuestamente muestre, en una variedad de situaciones vitales, la importancia de ser matemáticamente competente. Pero creemos que no es posible intentar conectar escuela y vida en el caso de las matemáticas, sin empezar reforzando el uso de las matemáticas en la vida –so pena de caer en la creación de una especie de mundo artificial de uso exclusivamente escolar, como el que reflejaba aquellos problemas sobre metros de zanja excavada por día y número de obreros, que se usaban hace cincuenta años en la escuela.

Se argumentará que, precisamente, un mayor uso de las matemáticas en la vida se logrará a través de la aplicación de los nuevos planteamientos en el sistema educativo, pero no hay que ser tan optimistas sobre la influencia del mismo en el entorno social. Desde luego, si nuestra sociedad sigue encontrando vías para evitar el uso personal y sistemático de ciertos aspectos de las matemáticas, difícilmente el sistema educativo va a convencer a los alumnos de la necesidad de usar <u>elementos y razonamientos matemáticos… para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan</u> (las palabras subrayadas son, de nuevo, del R.D. de Enseñanzas Mínimas), salvo que se muestre socialmente que la competencia matemática proporciona una ventaja adicional a aquellos y aquellas que la poseen; que se puede ser, en esta civilización occidental, un ciudadano reflexivo, constructivo y solidario con muy pocas matemáticas, pero que se puede serlo aún más y más fácilmente si se tiene cierta competencia en esta materia. Ahora bien, esta es una tarea del conjunto de la sociedad, y no sólo, ni principalmente, del sistema educativo. ¿Aprecia realmente la sociedad española –dejando a un lado, claro está, la valoración ocasional y mediática de los logros de algunos matemáticos profesionales-- la competencia matemática (por ejemplo, de un modo similar al evidente aprecio que manifiesta por la competencia en alguna lengua extranjera)? ¿Tenemos un sistema productivo que se beneficiaría de una mejora en la competencia matemática de la mayoría de los ciudadanos?

A pesar de estos interrogantes que formulamos, personalmente creemos que hay muchas ocasiones en la vida cotidiana (personal y profesional) donde usaríamos con ventaja (aunque tal vez no de modo imprescindible: siempre se puede preguntar a otro…) las matemáticas, si fuéramos competentes para ello. Por ejemplo, estamos reformando el salón rectangular de nuestra casa, colocando un nuevo techo de escayola, y deseamos colocar un gancho para colgar una lámpara en el centro del salón. ¿Cómo hallar ese punto central[10]? Para continuar con las obras –deporte nacional-- hemos pensado construir una casita de campo en un solar y sería ideal ampliar un poco el terreno y excavar sólo un par de metros de profundidad en un talud que hay en un extremo de la parcela.



Así, a simple vista, no parece una gran obra. El talud tiene unos cinco metros de alto, veinte de largo y una pendiente de unos 45 grados. ¿Cuántos kilos de tierra habrá,

[10] Por ejemplo, trazando las diagonales del rectángulo y buscando el punto de intersección de ambas.

aproximadamente, que remover[11]? La densidad de la tierra arcillosa del talud puede ser de 1,7 gramos por centímetro cúbico[12], ¿qué peso tendrá toda la arcilla que extraeremos? ¿Cuántos camiones resultará necesario llenar? Todo por dos metros…

En otro contexto muy diferente podemos considerar la siguiente situación: la Dirección General de Tráfico difunde, en su campaña para reducir los accidentes, el siguiente comunicado[13]: *uno de cada tres fallecidos en el pasado puente no llevaba el cinturón…*? La conclusión racional es contraria a la que suponemos pretende la DGT, puesto que –a la vista de esos datos-- uno preferirá viajar en coche sin cinturón de seguridad, porque estos viajeros arriesgados aportan uno de cada tres fallecidos, pero los otros dos muertos de cada tres a los que hace referencia el comunicado lo llevaban puesto… Reivindicar el dato sobre el número de viajeros con y sin cinturón que circulaban en ese periodo (o que circulan habitualmente con y sin él) para poder extraer alguna conclusión sobre el comunicado de la DGT es propio de ciudadanos matemáticamente reflexivos.

Por poner otro ejemplo, un informe de Greenpeace[14] indica que en España hemos pasado de producir 1,08 kilos diarios de basura por ciudadano en 1996 a 1,38 en 2003, con un aumento del 30% en ocho años. Este crecimiento de la producción de basura parece muy considerable, pero ¿qué aumento anual significa? ¿Un 30% anual, un 30/8=3,75% anual, un 30/7=4,28% anual? Sería interesante conocer cuántos españoles adultos son capaces de analizar esta cuestión, no digo ya de resolverla exactamente… El truco de dividir el incremento por el número de años ¿se puede estimar como aproximadamente adecuado en este contexto y datos? ¿Es muy importante la diferencia entre un 4,28% y un 3,75% de crecimiento anual? Esto es, una desviación de un 0,5% en el porcentaje de crecimiento anual, ¿qué consecuencias tiene al cabo de ocho años?

El resultado correcto[15] a la pregunta planteada inicialmente, un incremento anual de la producción de basura *per cápita* de alrededor de un 3,56%, arroja una cifra no muy alejada del crecimiento anual promedio del PIB español (según algunas fuentes[16]) en ese periodo. Desde luego no es sostenible que la mejora de la riqueza lleve consigo un incremento igual de la producción de basura, pero comparar ambos datos (a los que luego puede añadir el del crecimiento de la población en ese periodo, su envejecimiento –no produce la misma cantidad de basura una pareja de mayores que una pareja de jóvenes—etc.) puede ser adecuado para un ciudadano reflexivo y comprometido…

Son frecuentes las noticias, como la que comentamos arriba, que hacen referencia al crecimiento, en un periodo de tiempo, de cierta magnitud. El dato del crecimiento puede venir dado en forma de un porcentaje, pero también de un factor (o, lo que es peor, ¡mezclando ambas cosas!). Por ejemplo, consideremos la siguiente información[17] (el subrayado es nuestro):

---

[11] El trozo que hay que remover sería una cuña de 2x2x20 metros, luego su volumen será 2x2x20/2=40 metros cúbicos, unos 40.000 litros de tierra, esto es, unos 40 millones de centímetros cúbicos, unos 70.000 kilogramos (con la densidad que hemos estimado, tras consulta con un ingeniero)…

[12] http://www.unex.es/edafo/ECAP/ECAL5PFDensidad.htm

[13] http://elmundomotor.elmundo.es/elmundomotor/2005/08/11/seguridad/1123760694.html

[14] http://www.20minutos.es/noticia/88003/0/basuras/espana/greenpeace/

[15] En cierto sentido, calculando (1,38/1,08)^(1/7)-1, puesto que el porcentaje de incremento anual *x* verifica 1,38=1,08*(1+*x*)^7.

[16] http://www.elcato.org/node/1370

[17] http://www.vnunet.es/Actualidad/Noticias/Infraestructuras/Hardware/20061214048

El consumo de energía en los CPD se ha multiplicado por diez *[15-12-2006]*
En tan sólo una década el consumo energético de los centros de procesos de datos (CPD) se ha disparado hasta multiplicarse por diez. Los departamentos de TI de las empresas ya empiezan a notar las primeras consecuencias que se traducen en un claro aumento de la inversión en mantenimiento de los CPD o en una actualización de equipos más adecuados.
El incremento del consumo energético en nuestro país empieza a considerarse un tema de magnitud nacional, no ya sólo por el anuncio del Gobierno de aplicar fuertes subidas en el recibo de la luz en los hogares y en el sector industrial, sino también por la demanda progresiva de energía por parte de las infraestructuras de las empresas.
En la última década, el consumo de energía se ha incrementado un diez por ciento y la curva de crecimiento muestra un ritmo ascendente. Los responsables de los departamentos de Tecnologías de la Información (TI) empiezan a ver las primeras consecuencias al encontrarse con que buena parte del presupuesto de TI debe destinarse a la partida de costes de consumo energético y mantenimiento de la maquinaria corporativa en óptimas condiciones de refrigeración, lo que supone reducir la inversión monetaria dedicada a nuevos equipos. Estudios manejados por Hewlett-Packard advierten que en 1992 se registraba una media de 2.1 kW por rack en los CPD, frente a los 14 kW por rack que se alcanzaron en 2006.

¿Es lo mismo crecer un diez por ciento en diez años que multiplicar por diez el consumo de energía? No parece que el redactor de la noticia fuese ese ciudadano matemáticamente competente que perseguimos. Para complicar aún mas la noticia, los últimos datos dan un factor 14/2,1 que no es, obviamente, diez, sino menos de siete (y será aún menor si considerásemos el consumo de kilovatios/año por rack en 1997). En todo caso, asumiendo que hemos multiplicado el consumo por diez en diez años, y que el factor de crecimiento es el mismo anualmente, ¿por cuánto hemos multiplicado el consumo cada año[18]?

Pero podemos hacernos más preguntas alrededor de esta noticia. Si cierta cantidad aumenta cada año multiplicándose por un factor de 1,30, ¿podemos decir que ha crecido anualmente un 30%, un 1,3%, un 130%? Parece que la regla que funciona aquí es asignar como porcentaje de crecimiento los decimales que aparecen en el factor de crecimiento. Por ejemplo, si el resultado se ha multiplicado por un factor de 1,00 significa, evidentemente, que no hay crecimiento, es decir, que se ha crecido un 0%. Pero, si se ha obtenido un resultado que multiplica por diez el dato de partida, ¿qué porcentaje de crecimiento representa? ¿El 0%, el 10%, el 110%, el 1000%? Así pues, un 30% de crecimiento anual durante diez años ¿significa un 300%, un 3000%, un 1000% de crecimiento al cabo de los diez años?

Y, ¿qué significará eso de que *la curva de crecimiento muestra un ritmo ascendente*? Las curvas de crecimiento –es decir, si hay crecimiento de verdad--, parece lógico, siempre son ascendentes… ¿O se quiere decir que el crecimiento de cada año es menor que el crecimiento del siguiente? Si así fuese, ¿cómo podríamos averiguar, razonablemente, cual es la tabla de crecimiento de cada año, a lo largo de los diez años a los que se refiere la noticia? ¿Qué tipo de hipótesis sobre la regularidad del crecimiento del crecimiento serían razonables para poder hacer estos cálculos? El poder enjuiciar críticamente noticias como esta y plantearse (aunque no se pueda responder con los conocimientos adquiridos) algunas de las preguntas de los últimos párrafos es, sin duda, competencia matemática.

Cambiando de tercio, supongamos que nos llega –y podemos asegurar que la historia es verídica y entre adultos, de la vida cotidiana de los ciudadanos constructivos, reflexivos, etc.-- a través del correo electrónico, un misterioso fichero pps, titulado *La Adivina*. En él aparece un mensaje como este

---

[18] Aproximadamente, por 1,29, es decir, por la raíz novena de 10.

Resulta que la *brujita* descubre, mágicamente, el símbolo que hemos pensado. Naturalmente, la cosa parece de brujas, porque hay 90 números de dos cifras, y el resultado de restar a uno de esos números la suma de sus dos cifras puede ser cualquier cosa…y, por tanto, corresponder a un símbolo cualquiera de los muchos que aparecen en el cuadro de arriba. ¿Cómo lo adivina la *brujita*[19]?

Estos y otros muchos ejemplos que podrían proponerse van en la dirección de proporcionar material para la adquisición de competencias matemáticas. Como se puede observar, la mayoría de los contenidos matemáticos implicados son elementales. Esto, paradójicamente, es un problema para la adquisición, en el sistema educativo, de las competencias matemáticas. En efecto, tenemos unos currículos excesivamente recargados y de nivel excesivo para una enseñanza obligatoria hasta los 16 años, como he señalado en otro sitio[20]. Y este exceso conlleva que acabemos buscando, artificiosamente, presuntas situaciones de la vida real donde se apliquen esos conocimientos demasiado elevados que aparecen en el currículo.

Así, en un documento de apoyo a la enseñanza de las competencias matemáticas, elaborado por la Administración educativa de cierta región española se plante el siguiente item: cierta joven, manipulando su teléfono móvil *quiere introducir un PIN que sea*

---

[19] 10n+m-(n+m)=9n. Obsérvese ahora la diagonal del rectángulo de arriba, que empieza en 9 y termina en 90.

[20] T. Recio: **Sobre la Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria Española**. *SUMA* 39, febrero, (2002), pp. 5-11. Véase: http://www.rsme.es/comis/educ/senado/m3.pdf

curioso. Decide que sea el "último año que fue a la vez capicúa y primo". ¿Cuál es el PIN que ha introducido? Obviamente, este tipo de material escolar tiene cierta dificultad matemática, pero no parece que sirva para mostrar las ventajas sociales de adquirir competencias matemáticas. Hay una evidente huída hacia delante en nuestro currículo escolar de Matemáticas. Como señalaba la profesora Raquel Mallavibarrena, Presidenta de la Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española, en sus comentarios a los borradores de los recientes decretos de enseñanzas mínimas de Primaria y Secundaria

> *Mi reflexión final va en la línea del aparente desfase entre lo que dicen los programas oficiales y los libros de texto y lo que de verdad aprenden los alumnos en un buen porcentaje. Si realmente los estudiantes de la ESO dominaran lo que ahí se indica y luego dominasen también el Bachillerato creo que nos encontraríamos gente mejor preparada que la que nos llega, ya no sólo a la Universidad sino a las titulaciones de Matemáticas.*

Muchas de las matemáticas que están en la base de las competencias son, tal vez, demasiado sencillas para el lucimiento de nuestro currículo; pero los alumnos y alumnas están lejos de dominarlas con seguridad como para aplicarlas de manera espontánea en la vida cotidiana. Esto es, para hacer socialmente visibles las matemáticas, y no sólo como materia escolar.

4-La competencia del profesor (y del sistema educativo)

Pero la anécdota que hemos desarrollado al comienzo de este trabajo no sólo es un ejemplo más de la invisibilidad de las matemáticas en contextos tan concretos de la vida real como el de ese grupo de profesores de matemática enfrentados a la estimación de las cuotas de un préstamo hipotecario. También apunta a que, si los profesores de Primaria y Secundaria no tienen suficiente seguridad en sus conocimientos matemáticos elementales para usarlos en su vida cotidiana, difícilmente trasmitirán a los alumnos y a la sociedad esos valores.

Para ejemplificar este aserto, recordemos que el charlista al que hace referencia la anécdota inicial de este escrito, una vez deshecho el error en la propuesta de resolución de la situación y habiendo ofrecido una alternativa más ajustada – que fue aceptada sin mayor explicación—pasó a tratar otros temas. ¿Por qué no consideró oportuno continuar exponiendo algunas razones matemáticas que justificasen la validez de su alternativa, o desarrollando la fórmula precisa que calcula las cuotas mensuales del préstamo? Dicha fórmula reza así[21]

$$Cuota = \frac{capital * interes}{100 * (1 - (1 + \frac{interes}{100})^{-plazo})}$$

que, en el caso considerado en la anécdota, capital=100.000 euros, interés=4/(12*100) mensual, plazo=240 meses, arroja una cuota mensual igual a

$$100000*4 /[\ (12*100) *(1- (1+ 4/(12*100))^{-240}\ )] = 605{,}9803 \text{ euros}$$

como se había anticipado. Ahora bien, dada la extraordinaria escasez de contenido matemático en los actuales planes de estudio de Magisterio –el autor de estas notas lleva algunos años impartiendo docencia en esos estudios y el comentario es fruto de su experiencia personal--, una somera justificación de esa fórmula, por la manipulación simbólica que requiere, podía haber ocupado un tiempo considerable de la charla, dada la composición del auditorio. En todo caso se ha incluido aquí en una nota al pie[22].

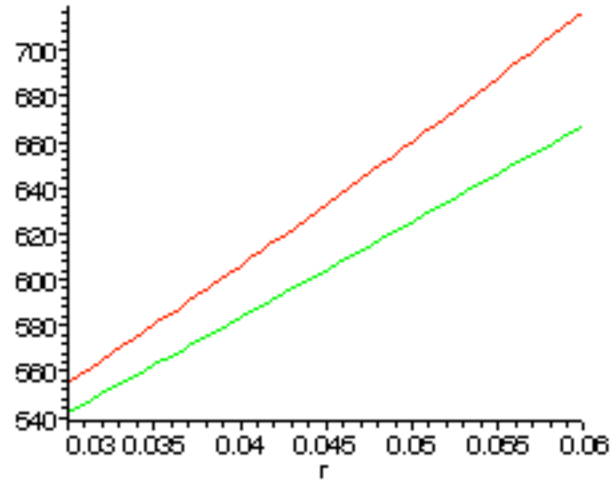
[21] Véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Hipoteca

[22] El capital *C*, durante el plazo correspondiente, se convertirá, al término del primer, segundo, etc.. años, en:

Por otro lado recordemos que la fórmula aproximada propuesta por el autor era *Cuota*= *capital**(1+*interés***plazo*/2) / *plazo*, esto es, *Cuota* = (*capital* / *plazo)* + (*capital** *interés* / 2). Dado que se suele tener claro el capital que se quiere solicitar y en cuántos años se quiere devolverlo, consideremos que la variable más adecuada en este asunto es el interés. Se trata, pues, de comparar (si optamos por estudiar los plazos mensuales), las siguientes dos funciones, que nos dan las cuotas mensuales por los dos procedimientos, el exacto (A) y el aproximado (B):

$$A:=100000*r/(12*(1-(1+r/12)^{(-240)})) \quad B:=100000/240+100000*r/(2*12)$$

donde r es el interés variable, expresado como una fracción de denominador 100 (que luego hemos dividido por 12 para obtener el interés mensual). Lógicamente, en los momentos actuales estamos interesados en valores de r comprendidos entre 0,03 y 0,06, que corresponden a un rango de tipos de interés que va del 3% al 6%.



Ahora bien, parece razonable esperar, de un profesor de matemáticas de Secundaria, la curiosidad y la capacidad para hacerse algunas preguntas en torno a este planteamiento. ¿Cuán adecuada es la fórmula aproximada que se ha manejado? Esto es, ¿qué error se

---

$$C+interés*C=C*(1+interés),$$
$$C*(1+interés)+interés*C*(1+interés)=C*(1+interés)*(1+interés)= C*(1+interés)^2$$
$$\ldots$$
$$C*(1+interés)^{plazo}$$

Esta cantidad $C*(1+interés)^{plazo}$ ha de ser igual a la suma de la progresión geométrica de (*plazo*-1) términos, puesto que se empieza a pagar al año vencido de recibir el préstamo, con primer término igual a *Cuota* y de razón de progresión (1+*interés*), como arriba. La suma de esta progresión es el último término ($Cuota*(1+interés)^{(plazo-1)}$) multiplicado por la razón, menos el primer término, dividido todo ello por la razón menos 1, esto es, por *interés*.

El resultado es la igualdad

$$C*(1+interés)^{plazo} =[(Cuota*(1+interés)^{(plazo-1)})*(1+interés) – Cuota] / interés$$

de donde obtenemos

$$C*(1+interés)^{plazo} =[(Cuota*(1+interés)^{plazo}) – Cuota] / interés$$

y por tanto

$$Cuota\ ((1+interés)^{plazo} - 1) = interés* C*(1+interés)^{plazo}$$

Luego

$$Cuota = interés* C*(1+interés)^{plazo} / ((1+interés)^{plazo} - 1)$$

Dividiendo numerador y denominador por $(1+interés)^{plazo}$ se llega, finalmente, a la fórmula expresada anteriormente.

comete? ¿Cómo podemos determinar el error relativo cometido? Pero los cálculos –a mano o con ordenador-- son bastante terribles[23] y es fácil abandonar si uno pretende resolver estas cuestiones de modo general y exacto –precisamente como se enseña a hacer en los estudios universitarios. Pero el recurso a la gráfica, hecha con Maple (que reproducimos arriba), indica que la función A es siempre mayor que B y que el error relativo (A-B)/A varía, en ese intervalo, entre un 2,3 y un 6,9 por ciento del valor correcto que proporciona A. Vemos también –usando Maple-- que hasta que los tipos de interés no lleguen al 8 por ciento, el error cometido usando la sencilla aproximación dada por B no será superior al 10% de la cuota mensual exacta y será, por tanto, una razonable y rápida forma de cálculo mental para la estimación de la misma.

Pero, sobre todo nos interesa otra pregunta. ¿Tienen los profesores de matemáticas (de Primaria, de Secundaria) confianza en sus conocimientos matemáticos y la costumbre de usar herramientas tecnológicas para enfrentarse (y para resolver) a este tipo de cuestiones, de modo espontáneo, en la vida cotidiana? Creemos que, en general, no. Tratar de probar en términos generales que A > B --o acotar (A-B)/A -- es una tarea demasiado compleja para ser abordada en la vida cotidiana del profesor. Es mucho mas asequible elaborar una estrategia *ad hoc*, observando que B es una función lineal creciente, de valor menor que A en 0,03 y estimando, con algunos simples trucos y las fórmulas que Maple proporciona para la derivada, que A es creciente en el intervalo en el que estamos interesados, para acabar deduciendo que A > B en ese intervalo. Pero, en la mayoría de los casos, los estudios de la Licenciatura no cultivan, en los futuros profesores de matemáticas, la disposición personal para utilizar la tecnología ni para adaptar métodos generales … *para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que lo precisan*.

La competencia matemática (del profesor, del alumno), así entendida, es una suerte de creatividad, esto es, la capacidad para *producir intencionadamente novedades valiosas*[24], aunque sea en prosaicos contextos –como los que hemos detallado en los ejemplos anteriores-- de la vida cotidiana de cada uno. El pensamiento crítico que descubre cabos sueltos en el razonamiento de otros (como en el ejemplo de la DGT, o en el ejemplo del consumo de energía de los CPDs), que inventa preguntas sobre un tema aparentemente resuelto o cerrado (como en el caso del informe de Greenpeace), que propone soluciones adecuadas para problemas concretos (colgar una lámpara, calcular una cuota mensual de un préstamo, o el tamaño real de una obra que parece *menor*, o encontrar el truco de la *brujita*)…es, sobre todo, un pensamiento creativo. Pero, como profesor universitario, tengo que confesar que los planes de estudio de las Licenciaturas de Matemáticas actuales tratan, y consiguen en buena medida, que nuestros alumnos aprendan matemáticas, pero no buscan que sean creativos en su utilización. No podemos, por tanto, pretender que estos estudiantes –futuros profesores de Secundaria, muchos de ellos—impulsen, más adelante, la creatividad de sus propios alumnos.

Creemos que, en muchos sentidos, la adquisición de competencias matemáticas <u>es</u> el desarrollo de la creatividad en el ámbito matemático. ¿Cómo fomentar la creatividad matemática en la escuela, en el instituto, en la universidad? Desde luego, con tiempo y dedicación específica. No es posible tratar de cubrir los mismos viejos programas, con la misma asignación horaria, y, además, impulsar la imaginación, el diseño de nuevas líneas

---

[23] Por ejemplo, pruébese a ejecutar en Maple, para determinar que la función A-B es creciente, la instrucción *simplify (diff(A-B, r));*

[24] De una conferencia de J. A. Marina.

de acción, la elaboración de planes de actuación de acuerdo con aquellas, la consiguiente evaluación y selección –lo que exige el dominio de conocimientos básicos en la materia-- de las ocurrencias propias, la génesis y gestión –en definitiva-- de ideas originales. No es posible fomentar la auto-confianza en las posibilidades del pensamiento heurístico para enfrentarse a situaciones de la vida cotidiana, como un apéndice del currículo, como un adorno. Ha de ser, si realmente queremos tener una sociedad competente en el uso social de las matemáticas, el objetivo central de su enseñanza. Y esto no es gratis y su precio habrá de ser pagado, en partes alícuotas, por todo el sistema educativo, desde la escuela a la universidad. ¿Estamos dispuestos a ello?

5- Conclusiones

En este trabajo hemos abordado algunos aspectos de la competencia en el uso social de la matemática. Las disposiciones reguladoras de nuestro sistema educativo abogan por fomentar la disposición favorable del ciudadano y la seguridad y confianza propias en la utilización espontánea de elementos y razonamientos matemáticos para enfrentarse a las situaciones cotidianas que lo requieran.

Hemos argumentado en la Sección 2 sobre la dificultad para encontrar tales situaciones cotidianas, que verdaderamente exijan la competencia matemática, en nuestra sociedad, incluso en el ámbito de los profesionales de la enseñanza de las matemáticas. Creemos que son diversos los orígenes de esta situación: por un lado, el propio desarrollo tecnológico y las características de nuestra sociedad española y su sistema productivo, etc., ante el cual el sistema educativo poco puede hacer.

Pero la invisibilidad social de las matemáticas también tiene que ver con una formación inicial del profesorado, que, en unos casos, no confiere conocimientos matemáticos suficientes para proporcionarle confianza y seguridad para explorar las situaciones matemáticas de la vida cotidiana; y, en otros casos, no favorece la utilización de esos conocimientos en situaciones no regladas (como hemos ejemplificado en las secciones 1 y 4).

Pensamos, por último (ver secciones 3 y 4) que gran parte de la invisibilidad de las matemáticas tiene que ver con nuestro currículo (en la escuela, el instituto, la universidad…), que no favorece, por su nivel y diseño, la creatividad en el aula, un requisito indispensable para favorecer el uso espontáneo de las matemáticas en la vida.